

广义区间梯形模糊软集在群偏好集结中的应用

陈秀明^{1,2*}, 钱丽¹, 李敬明^{1,2}, 吴炜炜¹, 程家兴^{1,3}

(1. 安徽新华学院 信息工程学院, 合肥 230088; 2. 合肥工业大学 管理学院, 合肥 230001;

3. 计算智能与信号处理教育部重点实验室(安徽大学), 合肥 230039)

(* 通信作者电子邮箱 cxm9001@163.com)

摘要: 针对群推荐中个体偏好信息如何集成群体偏好信息, 不同用户对商品关注的属性不完全相同, 以及用户对商品属性权重分配不同的复杂问题, 提出区间梯形模糊软集的群偏好集结模型。首先, 结合广义区间梯形模糊集和软集的概念建立广义区间梯形模糊软集的概念, 定义其基本运算性质; 其次, 将模糊语言映射成广义区间梯形模糊数, 利用广义区间梯形模糊软集的并、交运算, 以及广义区间梯形模糊数的重心算法进行排序, 将个体用户的偏好信息集结成群偏好信息; 最后, 以汽车的推荐为例介绍群偏好集结算法。算例结果显示, 用该模型解决群体偏好集结是合理和有效的。

关键词: 软集; 广义区间梯形模糊集; 广义区间梯形模糊软集; 群偏好集结

中图分类号: O159 文献标志码: A

Generalized interval-valued trapezoidal fuzzy soft set and its application in group preferences aggregation

CHEN Xiuming^{1,2*}, QIAN Li¹, LI Jingming^{1,2}, WU Weiwei¹, CHENG Jiaying^{1,3}

(1. School of Information Engineering, Anhui Xinhua University, Hefei Anhui 230088, China;

2. School of Management, Hefei University of Technology, Hefei Anhui 230001, China;

3. National Key Laboratory of Computational Intelligence and Signal Processing of the Ministry of Education (Anhui University), Hefei Anhui 230039, China)

Abstract: Owing to that different users focus on attributes of the same item is not exactly the same, individuals' weight distribution for goods attributes are not the same. A method of the generalized interval-valued trapezoidal fuzzy soft set was proposed to deal with this kind of recommendation problems. First, the concept of generalized interval-valued trapezoidal fuzzy soft set was established by combining the concepts of generalized interval-valued trapezoidal fuzzy set and soft set, some basic operations on a generalized interval-valued trapezoidal fuzzy soft set were defined, such as "and" operation, and "or" operation. Using these operations, as well as the center of gravity method of the generalized interval-valued trapezoidal fuzzy numbers, commodities could be ranked. A group preference model from the preferences of the group members could be constructed. Finally, this paper used the car recommendation as an example to introduce the group preference aggregation algorithm and this numerical example was given to illustrate the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Key words: soft set; generalized interval-valued trapezoidal fuzzy set; generalized interval-valued trapezoidal fuzzy soft set; group preferences aggregation

0 引言

随着电子商务技术的迅猛发展, 提供用户感兴趣的信息或项目的个性化推荐技术应用越来越普及, 目前个性化推荐系统主要有基于内容的个性化推荐、协同过滤推荐系统、混合推荐系统等^[1]。而随着信息技术和社会化网络的发展, 用户之间的交互越来越方便, 推荐系统的用户从个体转向群体的情况越来越普遍。在国外, 群推荐系统最近几年越来越流行。群推荐的应用领域不仅包括电影、电视、音乐、图书或度假胜

地的推荐, 而且还包括协作学习支持、数字图书馆以及其他领域。群推荐被看作是很有前途的推荐系统^[2]; 并且, 使用群推荐可以克服一些个性化推荐的缺陷, 如冷启动问题^[3]。

群推荐系统中主要困难是群聚集策略, 所推荐的项目要保证小组成员的平均满意度最大化。目前主要方法有: 博弈论、基于内容的群推荐、决策树方法、案例推理方法、网络分析方法、梯形模糊数方法等。文献[4]提出了一种基于非合作博弈理论的方法, 将群成员看作是博弈各方, 对群体的推荐项目作为可能的行动集, 这样实现群体整体满意度问题就变成

收稿日期: 2014-06-23; 修回日期: 2014-08-14。 基金项目: 安徽省教育厅自然科学基金重点项目(KJ2014A100); 安徽省教育厅自然科学基金研究项目(KJ2013Z107); 安徽省高等学校教学研究项目(2012jyxm578); 安徽新华学院校级研究项目(2011tszyx01); 国家大学生创新项目(201312216006); 安徽省高等学校人文社会科学重点研究基地-安徽新华学院大学生素质教育研究中心项目(IFQE201408)。

作者简介: 陈秀明(1972-), 男, 安徽安庆人, 博士研究生, 主要研究方向: 智能决策; 钱丽(1976-), 女, 安徽安庆人, 博士研究生, 主要研究方向: 公共管理; 李敬明(1979-), 男, 安徽蚌埠人, 博士研究生, 主要研究方向: 智能计算; 吴炜炜(1982-), 女, 河南商丘人, 副教授, 主要研究方向: 决策分析; 程家兴(1946-), 男, 安徽黄山人, 教授, 博士生导师, 博士, 主要研究方向: 智能计算。

一个寻找纳什均衡的问题。文献[5]采用基于内容的方法来计算群体与个体之间的相似度,考虑个体用户感兴趣的各种内容特征包括风格、流派、演员等偏好兴趣集结成群体偏好。文献[6]不仅展示了如何利用决策树对网络群体进行分类,也用决策树寻找区分不同群体的特征值,并采用该技术进行群推荐。文献[7]提出基于案例推理的群荐系统,通过计算用户的相似性,将活跃群体中的个体与案例中的个体聚集成群体。然后利用项目之间的相似性,将案例中的群偏好转化成目标群体的兴趣偏好。文献[8]采用计算节点间的最短距离的基础上计算介数中心的方法将个体偏好信息集成群体偏好信息。文献[9]针对决策者个体偏好的不确定性和偏好属性的权值问题,采用梯形模糊数方法来集结群体的兴趣偏好。

可见,群推荐系统通常是针对群体用户的兴趣爱好给出推荐活动。推荐系统必须考虑所有用户的偏好信息,也就是确定用户偏好,并找到群体中每个成员都能接受的折中方法。这是群推荐的关键,因为如何将个人偏好集结成群体偏好是决定群推荐是否成功的关键因素^[10]。目前,由于实际生活中许多的个体兴趣偏好基本上是通过模糊语言表达的,不同的推荐者对同一商品关注的属性是不同的,个体对属性的权重分配存在着差异,并且权重分配信息通常是采用模糊语言表达的。可见,实际的群兴趣偏好集结问题具有模糊性、区间性、多属性等特点,以往文献中的方法不适合处理这类复杂的群偏好集结问题。为此提出一种新的理论方法,以解决这类群兴趣偏好集结问题。

1 问题的描述与模型表示

首先建立广义区间梯形模糊软集的概念,定义其基本运算,在此基础上以汽车推荐为例说明如何由个体偏好形成群体偏好。

文献[11]提出广义区间梯形模糊数的概念,广义区间梯形模糊集是一个更为普遍的模糊数,例如三角形模糊数、区间三角形模糊数、梯形模糊数、区间模糊数都可看成广义区间梯形模糊集的一个特例。日常生活中的语言变量更容易准确地表达为广义区间梯形模糊集。所以利用广义区间梯形模糊集来研究多属性决策问题显得更有意义。本章针对广义区间梯形模糊数结合软集理论,提出广义区间梯形模糊软集的概念。

1.1 广义区间梯形模糊数的重心

定义 1^[11-12] 广义梯形模糊数可定义为一个向量 $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4; w_{\tilde{A}})$, 成员函数 $a(x) : \mathbf{R} \rightarrow [0, 1]$ (其中 \mathbf{R} 为实数) 定义为:

$$\tilde{A}(x) = \begin{cases} \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} \times w_{\tilde{A}}, & x \in (a_1, a_2) \\ w_{\tilde{A}}, & x \in (a_2, a_3) \\ \frac{x - a_4}{a_3 - a_4} \times w_{\tilde{A}}, & x \in (a_3, a_4) \\ 0, & x \in (-\infty, a_1) \cup (a_4, \infty) \end{cases} \quad (1)$$

这里 $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4$, $w_{\tilde{A}} \in [0, 1]$ 。当 $a_2 = a_3$ 时,广义梯形模糊数转化为广义三角形模糊数,式(1)变为:

$$\tilde{A}(x) = \begin{cases} \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} \times w_{\tilde{A}}, & x \in (a_1, a_2) \\ w_{\tilde{A}}, & x = a_2 \\ \frac{x - a_3}{a_2 - a_3} \times w_{\tilde{A}}, & x \in (a_2, a_3) \\ 0, & x \in (-\infty, a_1) \cup (a_3, \infty) \end{cases} \quad (2)$$

文献[13]提出了广义梯形模糊数的重心的概念,本文在此基础上假设广义梯形模糊数 \tilde{A} 的重心坐标为 $(x_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}})$,在计算广义梯形模糊数重心时,密度函数 $\rho(x, y)$ 可看成一个常量,则其重心坐标为:

$$x_{\tilde{A}} = \frac{\iint_D \rho(x, y) x \, dx \, dy}{\iint_D \rho(x, y) \, dx \, dy} = \frac{\int_{a_1}^{a_2} x \left(\frac{x - a_1}{a_2 - a_1} \times w_{\tilde{A}} \right) dx + \int_{a_2}^{a_3} x w_{\tilde{A}} dx + \int_{a_3}^{a_4} x \left(\frac{x - a_4}{a_3 - a_4} \times w_{\tilde{A}} \right) dx}{\int_{a_1}^{a_2} \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} \times w_{\tilde{A}} dx + \int_{a_2}^{a_3} w_{\tilde{A}} dx + \int_{a_3}^{a_4} \frac{x - a_4}{a_3 - a_4} \times w_{\tilde{A}} dx}$$

$$y_{\tilde{A}} = \frac{\iint_D \rho(x, y) y \, dx \, dy}{\iint_D \rho(x, y) \, dx \, dy} = \frac{\int_0^{y_{\tilde{A}}} y \left[\left(a_1 + \frac{a_2 - a_1}{w_{\tilde{A}}} \times y \right) - \left(a_1 + \frac{a_2 - a_1}{w_{\tilde{A}}} \times y \right) \right] dy}{\int_0^{y_{\tilde{A}}} \left[\left(a_1 + \frac{a_2 - a_1}{w_{\tilde{A}}} \times y \right) - \left(a_1 + \frac{a_2 - a_1}{w_{\tilde{A}}} \times y \right) \right] dy}$$

解得:

$$\begin{cases} x_{\tilde{A}} = \frac{1}{3} \left[a_1 + a_2 + a_3 + a_4 - \frac{a_3 a_4 - a_1 a_2}{(a_3 + a_4) - (a_1 + a_2)} \right] \\ y_{\tilde{A}} = \frac{1}{3} w_{\tilde{A}} \left[1 + \frac{a_3 - a_2}{(a_3 + a_4) - (a_1 + a_2)} \right] \end{cases} \quad (3)$$

$$d_{\tilde{A}} = \sqrt{x_{\tilde{A}}^2 + y_{\tilde{A}}^2} \quad (4)$$

$d_{\tilde{A}}$ 为广义梯形模糊数 \tilde{A} 的重心 $(x_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}})$ 到原点的距离,如果 $d_{\tilde{A}} > d_{\tilde{B}}$, 则 $\tilde{A} > \tilde{B}$ (即 \tilde{A} 优于 \tilde{B})。

例 1 假设有三个广义梯形模糊数 $\tilde{A}_1 = (0.3, 0.5, 0.5, 0.7; 1)$, $\tilde{A}_2 = (0.3, 0.5, 0.5, 0.9; 1)$, $\tilde{A}_3 = (0.3, 0.5, 0.8, 0.9; 1)$ 。根据本文推到重心 $(x_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}})$ 坐标、离原点的距离与文献[14]中的方法计算结果对比如表 1。

表 1 本文方法与文献[14]方法结果对比

广义梯形模糊数	本文方法			文献[14]方法		
	$x_{\tilde{A}}$	$y_{\tilde{A}}$	$d_{\tilde{A}}$	$x_{\tilde{A}}$	$y_{\tilde{A}}$	$d_{\tilde{A}}$
\tilde{A}_1	0.5000	0.3333	0.6009	0.5000	0.5000	0.7071
\tilde{A}_2	0.5667	0.3333	0.6574	0.5667	0.4848	0.7458
\tilde{A}_3	0.6222	0.4444	0.7647	0.1889	0.5067	0.5407

从表 1 可知,本文方法排序结果为 $\tilde{A}_3 > \tilde{A}_2 > \tilde{A}_1$,而对比文献[14]方法排序结果为 $\tilde{A}_2 > \tilde{A}_1 > \tilde{A}_3$,从图 1 可以看出本文方法显然与事实相符。

1.2 广义区间梯形模糊数的距离

广义区间梯形模糊数可表示为 $\tilde{A} = [\tilde{A}^L, \tilde{A}^U]$,其中下区间梯形模糊数为 $\tilde{A}^L = (a_1^L, a_2^L, a_3^L, a_4^L; w_{\tilde{A}^L})$,上区间梯形模糊数 $\tilde{A}^U = (a_1^U, a_2^U, a_3^U, a_4^U; w_{\tilde{A}^U})$ 。且 $\tilde{A}^L \subset \tilde{A}^U$,如图 2,这里 $0 \leq$

$$a_1^L \leq a_2^L \leq a_3^L \leq a_4^L \leq 1, \rho \leq a_1^U \leq a_2^U \leq a_3^U \leq a_4^U \leq 1, \rho \leq w_{\bar{A}^L} \leq w_{\bar{A}^U} \leq 1.$$

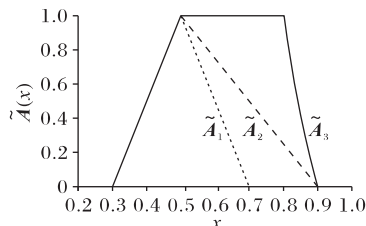


图 1 模糊集合 $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \tilde{A}_3$

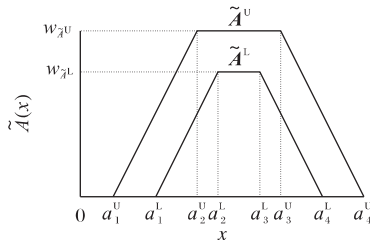


图 2 广义区间梯形模糊数

使用式 (2) 计算两个广义区间梯形模糊数 $[\tilde{A}^L, \tilde{A}^U]$, $[\tilde{B}^L, \tilde{B}^U]$ 的重心分别得到: $(x_{\bar{A}^L}, y_{\bar{A}^L}), (x_{\bar{A}^U}, y_{\bar{A}^U}), (x_{\bar{B}^L}, y_{\bar{B}^L}), (x_{\bar{B}^U}, y_{\bar{B}^U})$

两个广义区间梯形模糊数 \tilde{A}, \tilde{B} 的重心 $(x_{\bar{A}}, y_{\bar{A}}), (x_{\bar{B}}, y_{\bar{B}})$ 由文献 [13] 可知:

$$\begin{cases} x_{\bar{A}} = (x_{\bar{A}^L} + x_{\bar{A}^U}) / 2 \\ y_{\bar{A}} = (y_{\bar{A}^L} + y_{\bar{A}^U}) / 2 \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} x_{\bar{B}} = (x_{\bar{B}^L} + x_{\bar{B}^U}) / 2 \\ y_{\bar{B}} = (y_{\bar{B}^L} + y_{\bar{B}^U}) / 2 \end{cases} \quad (6)$$

计算 \tilde{A}, \tilde{B} 到原点的距离:

$$d_{\bar{A}} = \sqrt{x_{\bar{A}}^2 + y_{\bar{A}}^2} \quad (7)$$

$$d_{\bar{B}} = \sqrt{x_{\bar{B}}^2 + y_{\bar{B}}^2} \quad (8)$$

比较 \tilde{A}, \tilde{B} 的大小由文献 [11] 可知: 如果 $d_{\bar{A}} \geq d_{\bar{B}}$ 则 $\tilde{A} > \tilde{B}$ 。

1.3 模糊语言转化为广义区间梯形模糊数

在现实生活环境中, 用户可能无法准确表达对备选商品的偏好信息, 因为用户可能不具备关于这方面问题的精确或充分的知识。在这种情况下, 用户对备选商品的偏好在某种程度上是很难确定的, 实际上用户的偏好信息用广义区间梯形模糊集来表示更为合适。通常, 模糊语言信息可以转化为如表 2 所示的广义区间梯形模糊数^[11]。

表 2 模糊语言表示为广义区间梯形模糊数

模糊语言	模糊语言权重	广义区间梯形模糊数
绝对差 (AP)	绝对低 (AL)	$[(0, 0, 0, 0; 0.8), (0, 0, 0, 0; 1)]$
非常差 (VP)	非常低 (VL)	$[(0, 0, 0.02, 0.07; 0.8), (0, 0, 0.02, 0.07; 1)]$
差 (P)	低 (L)	$[(0.04, 0.1, 0.18, 0.23; 0.8), (0.04, 0.1, 0.18, 0.23; 1)]$
中差 (MP)	中低 (ML)	$[(0.17, 0.22, 0.36, 0.42; 0.8), (0.17, 0.22, 0.36, 0.42; 1)]$
中 (M)	中 (M)	$[(0.32, 0.41, 0.58, 0.65; 0.8), (0.32, 0.41, 0.58, 0.65; 1)]$
中好 (MG)	中高 (MH)	$[(0.58, 0.63, 0.8, 0.86; 0.8), (0.58, 0.63, 0.8, 0.86; 1)]$
好 (G)	高 (H)	$[(0.72, 0.78, 0.92, 0.97; 0.8), (0.72, 0.78, 0.92, 0.97; 1)]$
非常好 (VG)	非常高 (VH)	$[(0.93, 0.98, 1, 1; 0.8), (0.93, 0.98, 1, 1; 1)]$
绝对好 (AG)	绝对高 (AH)	$[(1, 1, 1, 1; 0.8), (1, 1, 1, 1; 1)]$

1.4 广义区间梯形模糊软集的概念

针对备选商品具有多个属性, 但是不同的用户看重的属性并不完全相同的问题, 本文在软集^[15]、模糊软集^[16]、区间模糊软集^[17]的基础上, 结合广义区间梯形模糊集的概念建立广义区间梯形模糊软集的概念, 定义其基本运算, 给出其基本性质。

定义 2 假设 U 为全集, E 为参数集, $F_{IVT}(U)$ (IVT 为 Interval-Valued Trapezoidal fuzzy numbers) 表示所有区间梯形模糊数组成的集合, 令 $A \subseteq E$, 序偶 (\hat{F}, A) 称为一个定义在 U 上的广义区间梯形软集, 这里 \hat{F} 是一个映射, 定义为 $\hat{F}: A \rightarrow F_{IVT}(U)$ 。

一个广义区间梯形模糊软集是一个由参数集到广义区间梯形模糊集 $F_{IVT}(U)$ 的映射, 即广义区间梯形模糊软集由某一参数集下的一系列广义区间梯形模糊集 $F_{IVT}(U)$ 组成, 对任意 $\varepsilon \in A$, $\hat{F}(\varepsilon)$ 可认为是某一参数 ε 下的广义区间梯形模糊集, 由它们组成广义区间梯形模糊软集 (\hat{F}, A) , 可以写成: $\hat{F}(\varepsilon) = \{ \langle a_i, \tilde{\eta}_{i\varepsilon} \rangle \mid a_i \in U \}$ 。这里 $\tilde{\eta}_{i\varepsilon}$ 是广义区间梯形模糊数, a_i 是某一物体 (或商品), ε 是商品的一个属性, 所有的 $\hat{F}(\varepsilon)$ 组成广义区间梯形模糊软集 (\hat{F}, A) 。

1.5 广义区间梯形模糊软集的运算

定义 3 对于集合 U 上的两个广义区间梯形模糊软集 (\hat{F}, A) 和 (\hat{G}, B) , 本文定义 (\hat{F}, A) 是 (\hat{G}, B) 的子集当且仅当 $A \subseteq B$ 且 $\forall \varepsilon \in A, \forall a_i \in U$, 在 $\hat{F}(\varepsilon)$ 和 $\hat{G}(\varepsilon)$ 中的广义区间梯形模糊集 $\tilde{\eta}_{i\varepsilon} \leq \tilde{\kappa}_{i\varepsilon}$, 记为 $(\hat{F}, A) \subseteq (\hat{G}, B)$ 。

如果既满足 (\hat{F}, A) 是 (\hat{G}, B) 的广义区间梯形模糊软子集 $(\hat{F}, A) \subseteq (\hat{G}, B)$, 又满足 (\hat{G}, B) 是 (\hat{F}, A) 的广义区间梯形模糊软子集 $(\hat{G}, B) \subseteq (\hat{F}, A)$, 就称这两个广义区间梯形模糊软集相等, 记作: $(\hat{F}, A) = (\hat{G}, B)$ 。

定义 4 对于集合 U 上的一个区间梯形模糊软集 (\hat{F}, A) 是一个空区间梯形模糊软集, 可表示为 \emptyset_A , 满足 $\forall \varepsilon \in A, \hat{F}(\varepsilon) = \emptyset$ (其中 A 为参数集)。

定义 5 对于集合 U 上的一个广义区间梯形模糊软集 (\hat{F}, A) 是一个全广义区间梯形模糊软集, 可表示为 U_A , 满足 $\forall \varepsilon \in A, \hat{F}(\varepsilon) = U$ (其中 A 为参数集)。

定义 6 广义区间梯形模糊软集 (\hat{F}, A) 的补集表示为 $(\hat{F}, A)^c$, 其定义为: $(\hat{F}, A)^c = (\hat{F}^c, \neg A)$, 这里 $\hat{F}^c: \neg A \rightarrow$

F_{IVT} 是一个映射, 即: $\hat{F}^c(\neg \varepsilon) = (\hat{F}(\varepsilon))^c = \{ \langle a_i, (\tilde{\eta}_{i\varepsilon})^c \rangle \mid a_i \in U \}, \forall \varepsilon \in A$ 且 $\tilde{\eta}_{i\varepsilon}$ 是广义区间梯形模糊软集 (\hat{F}, A) 中物体 a_i 在参数 ε 下的广义区间梯形模糊数。

定义 7 在同一区间 U 上, 两个广义区间梯形模糊软集 (\hat{F}, A) 和 (\hat{G}, B) 的并集是一个广义区间梯形模糊软集 (\hat{P}, C) , 这里 $C = A \cup B$ 且 $\forall \varepsilon \in C$, 满足:

$$\hat{P}(\varepsilon) =$$

$$\begin{cases} \hat{F}(\varepsilon), & \varepsilon \in A - B \\ \hat{G}(\varepsilon), & \varepsilon \in B - A \\ \hat{F}(\varepsilon) \cup \hat{G}(\varepsilon), & \varepsilon \in A \cap B \end{cases}$$

记为: $(\hat{F} A) \tilde{\cup}(\hat{G} B) = (\hat{H} C)$ 。

定义 8 在同一区间 U 上,两个广义区间梯形模糊软集 $(\hat{F} A)$ 和 $(\hat{G} B)$ 的交集是一个广义区间梯形模糊软集 $(\hat{Q} C)$, 这里 $C = A \cup B$ 且 $\forall \varepsilon \in C$, 满足:

$$\hat{Q}(\varepsilon) = \begin{cases} \hat{F}(\varepsilon), & \varepsilon \in A - B \\ \hat{G}(\varepsilon), & \varepsilon \in B - A \\ \hat{F}(\varepsilon) \cap \hat{G}(\varepsilon), & \varepsilon \in A \cap B \end{cases}$$

记为: $(\hat{F} A) \tilde{\cap}(\hat{G} B) = (\hat{Q} C)$ 。

定理 1 在同一区间 U 上的两个广义区间梯形模糊软集 $(\hat{F} A)$ 和 $(\hat{G} B)$, 则有:

- 1) $((\hat{F} A) \tilde{\cup}(\hat{G} B))^c = (\hat{F} A)^c \tilde{\cap}(\hat{G} B)^c$
- 2) $((\hat{F} A) \tilde{\cap}(\hat{G} B))^c = (\hat{F} A)^c \tilde{\cup}(\hat{G} B)^c$

证明 1) 设 $(\hat{H} A \cup B) = (\hat{F} A) \tilde{\cup}(\hat{G} B)$ 则有

$$\begin{aligned} ((\hat{F} A) \tilde{\cup}(\hat{G} B))^c &= (\hat{H} A \cup B)^c = \\ &(\hat{H}^c \cap (A \cup B)) = (\hat{H}^c \cap A \cap \neg B) \end{aligned}$$

由定义可知:

$$\hat{H}(\varepsilon) = \begin{cases} \hat{F}(\varepsilon), & \varepsilon \in A - B \\ \hat{G}(\varepsilon), & \varepsilon \in B - A \\ \hat{F}(\varepsilon) \cup \hat{G}(\varepsilon), & \varepsilon \in A \cap B \end{cases}$$

所以有:

$$\hat{H}^c(\neg \varepsilon) = \begin{cases} \hat{F}^c(\neg \varepsilon), & \neg \varepsilon \in \neg A - \neg B \\ \hat{G}^c(\neg \varepsilon), & \neg \varepsilon \in \neg B - \neg A \\ \hat{F}^c(\neg \varepsilon) \cap \hat{G}^c(\neg \varepsilon), & \neg \varepsilon \in \neg A \cap \neg B \end{cases}$$

另一方面:

$$\begin{aligned} (\hat{F} A)^c \tilde{\cap}(\hat{G} B)^c &= (\hat{F}^c \cap A) \tilde{\cap}(\hat{G}^c \cap B) = \\ &(\hat{J} \cap A \cap \neg B) \end{aligned}$$

$$\hat{J}(\neg \varepsilon) = \begin{cases} \hat{F}^c(\neg \varepsilon), & \neg \varepsilon \in \neg A - \neg B \\ \hat{G}^c(\neg \varepsilon), & \neg \varepsilon \in \neg B - \neg A \\ \hat{F}^c(\neg \varepsilon) \cap \hat{G}^c(\neg \varepsilon), & \neg \varepsilon \in \neg A \cap \neg B \end{cases}$$

所以有:

$$((\hat{F} A) \tilde{\cup}(\hat{G} B))^c = (\hat{F} A)^c \tilde{\cap}(\hat{G} B)^c, \text{同理可证定义 1 中式(2).}$$

定理 2 在同一区间 U 上的三个广义区间梯形模糊软集 $(\hat{F} A)$ 、 $(\hat{G} B)$ 和 $(\hat{H} C)$ 则有:

- 1) $(\hat{F} A) \tilde{\cap}((\hat{G} B) \tilde{\cap}(\hat{H} C)) = ((\hat{F} A) \tilde{\cap}(\hat{G} B)) \tilde{\cap}(\hat{H} C)$
- 2) $(\hat{F} A) \tilde{\cup}((\hat{G} B) \tilde{\cup}(\hat{H} C)) = ((\hat{F} A) \tilde{\cup}(\hat{G} B)) \tilde{\cup}(\hat{H} C)$

- 3) $(\hat{F} A) \tilde{\cap}((\hat{G} B) \tilde{\cup}(\hat{H} C)) = ((\hat{F} A) \tilde{\cap}(\hat{G} B)) \tilde{\cap}((\hat{F} A) \tilde{\cap}(\hat{H} C))$
- 4) $(\hat{F} A) \tilde{\cup}((\hat{G} B) \tilde{\cap}(\hat{H} C)) = ((\hat{F} A) \tilde{\cup}(\hat{G} B)) \tilde{\cap}((\hat{F} A) \tilde{\cup}(\hat{H} C))$

2 群兴趣偏好的集结方法

令 $D = \{D_1, D_2, \dots, D_q\}$ 是一系列推荐者(即群成员), $\tilde{\omega}_{ij} = [(\omega_{ij1}^L, \omega_{ij2}^L, \omega_{ij3}^L, \omega_{ij4}^L; \eta_{ij}^L), (\omega_{ij1}^U, \omega_{ij2}^U, \omega_{ij3}^U, \omega_{ij4}^U; \eta_{ij}^U)]$ 是一系列被推荐商品, $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ 是被推荐商品的属性, $w = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ 是商品属性 e_j 的权重向量。由于推荐者很难准确地给出被推荐商品的准确评分,他们通常使用模糊的语言来描述被推荐商品的属性以及属性的重要性,例如:这辆汽车的外观好,我认为汽车的外观很重要。在建模过程中描述属性以及属性的重要性的模糊语言均可转化为广义区间梯形模糊数 $\tilde{A}_{ijk} = [\tilde{A}_{ijk}^L, \tilde{A}_{ijk}^U]$ 。其中 i 表示第 i 位推荐者 $D_i \in D$; k 表示第 k 个被推荐商品 $a_k \in U$; j 表示商品的第 j 个属性 $e_j \in E$ 。一个广义区间梯形模糊集 $\tilde{A}_{ijk} = [\tilde{A}_{ijk}^L, \tilde{A}_{ijk}^U]$ 可以等价地表示为一个广义区间梯形模糊软集 $(\hat{F}_i A_i)$, 对 $e_j \in \tilde{A}$, $\hat{F}_i(e_j) = \{ \langle a_k, \tilde{A}_{ijk} \rangle \mid a_k \in U \}, j = 1, 2, \dots, n$ 。

$\tilde{\omega}_{ij} = [(\omega_{ij1}^L, \omega_{ij2}^L, \omega_{ij3}^L, \omega_{ij4}^L; \eta_{ij}^L), (\omega_{ij1}^U, \omega_{ij2}^U, \omega_{ij3}^U, \omega_{ij4}^U; \eta_{ij}^U)]$ 是商品属性的权值,它也用广义区间梯形模糊数表示 $\tilde{\omega}_{ij}$ 表示第 i 位推荐者对商品的第 j 个属性给出的权值;令 $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ 表示最终的被推荐者的权值向量 λ_j 表示被推荐者对第 j 个属性给出的权值,满足 $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ 。

步骤 1 首先将 D_1, D_2, \dots, D_q 这 q 位推荐者用模糊语言表示的偏好信息转化为广义区间梯形模糊软集 $(\hat{F}_1 A_1), (\hat{F}_2 A_2), \dots, (\hat{F}_q A_q)$ 。

步骤 2 将 q 位推荐者的广义区间梯形模糊软集 $(\hat{F}_1 A_1), (\hat{F}_2 A_2), \dots, (\hat{F}_q A_q)$ 转化成带权值的广义区间梯形模糊软集 $(\hat{F}_1^{\lambda} A_1^{\lambda}), (\hat{F}_2^{\lambda} A_2^{\lambda}), \dots, (\hat{F}_q^{\lambda} A_q^{\lambda})$ 。

步骤 3 将 q 位推荐者的带权值的广义区间梯形模糊软集 $(\hat{F}_1^{\lambda} A_1^{\lambda}), (\hat{F}_2^{\lambda} A_2^{\lambda}), \dots, (\hat{F}_q^{\lambda} A_q^{\lambda})$ 通过合成运算转化成一个广义区间梯形模糊软集 $(\hat{F} A)$ 。在此步骤中可以根据决策者的个人偏好采取不同的运算,乐观者可采用广义区间梯形模糊软集的并运算,悲观者可采用广义区间梯形模糊软集的交通算,折中者采取等概率的方法进行运算。

步骤 4 将 q 位推荐者的偏好信息集结后的广义区间梯形模糊软集 $(\hat{F} A)$ 转化为一个广义区间梯形模糊集,即将汽车的各种属性参数合并。

步骤 5 将汽车的各种属性参数合并后,根据式(3)~(8)中给出的计算广义区间梯形模糊数重心的方法计算出其重心及重心到原点的距离,确定各种汽车的优劣顺序,给出推荐结果。

3 算例分析

例 一位顾客希望给自己家庭买一辆喜爱的汽车,假设 U 是他正在考虑的 6 辆车的集合,用集合表示为 $U = \{a_1, a_2, \dots, a_6\}$ 。

a_3, a_4, a_5, a_6 } A 是汽车属性的参数集, 这里 $A = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, D_1, D_2, D_3 都对他进行推荐, 他们对这 6 辆车针对不同的参数 e_4 } = {外观, 品牌, 发动机性能, 售后}。假设他有 3 位朋友 给出模糊语言描述, 具体如表 3 所示。

表 3 D_1, D_2, D_3 针对不同的属性给出的描述

汽车	D_1				D_2				D_3			
	e_1	e_2	e_3	e_4	e_1	e_2	e_3	e_4	e_1	e_2	e_3	e_4
a_1	M	VG	P	M	—	M	MP	P	—	MP	MP	—
a_2	VG	G	MG	M	—	G	MG	G	—	G	MG	—
a_3	G	M	P	G	—	VG	M	P	—	M	M	—
a_4	MG	MP	VG	MP	—	MG	MG	M	—	M	VG	—
a_5	MG	MP	G	MG	—	MP	VG	MG	—	VG	MG	—
a_6	P	VP	MG	G	—	P	G	G	—	P	VG	—
w	VH	L	M	H	—	VH	H	ML	—	VH	MH	—

根据以上三位推荐者的偏好信息确定买哪一辆车较好?
根据以上示例 给出群兴趣偏好的具体集结步骤:

步骤 1 首先将 D_1, D_2, D_3 三位推荐者用模糊语言表示
的偏好信息转化为广义区间梯形模糊软集 $(\hat{F}_1, A_1), (\hat{F}_2, A_2), (\hat{F}_3, A_3)$ 。其中三位推荐者 D_1, D_2, D_3 用模糊语言表示

的偏好信息转化为广义区间梯形模糊软集 $(\hat{F}_1, A_1), (\hat{F}_2, A_2), (\hat{F}_3, A_3)$ 。由于篇幅所限 $(\hat{F}_1, A_1), (\hat{F}_2, A_2)$ 的结果省略, 仅给出步骤 1 中 (\hat{F}_3, A_3) 的值, 如下所示:

$$(\hat{F}_3, A_3) = \left\{ \begin{array}{l} \hat{F}(e_2) = \left\{ \begin{array}{l} \langle a_1, [(0.17, 0.22, 0.36, 0.42; 0.8), (0.17, 0.22, 0.36, 0.42; 1)] \rangle \\ \langle a_2, [(0.72, 0.78, 0.92, 0.97; 0.8), (0.72, 0.78, 0.92, 0.97; 1)] \rangle \\ \langle a_3, [(0.32, 0.41, 0.58, 0.65; 0.8), (0.32, 0.41, 0.58, 0.65; 1)] \rangle \\ \langle a_4, [(0.32, 0.41, 0.58, 0.65; 0.8), (0.32, 0.41, 0.58, 0.65; 1)] \rangle \\ \langle a_5, [(0.93, 0.98, 1, 1; 0.8), (0.93, 0.98, 1, 1; 1)] \rangle \\ \langle a_6, [(0.04, 0.1, 0.18, 0.23; 0.8), (0.04, 0.1, 0.18, 0.23; 1)] \rangle \\ \langle w_{32}, [(0.93, 0.98, 1, 1; 0.8), (0.93, 0.98, 1, 1; 1)] \rangle \end{array} \right\} \\ \hat{F}(e_3) = \left\{ \begin{array}{l} \langle a_1, [(0.17, 0.22, 0.36, 0.42; 0.8), (0.17, 0.22, 0.36, 0.42; 1)] \rangle \\ \langle a_2, [(0.58, 0.63, 0.80, 0.86; 0.8), (0.58, 0.63, 0.80, 0.86; 1)] \rangle \\ \langle a_3, [(0.32, 0.41, 0.58, 0.65; 0.8), (0.32, 0.41, 0.58, 0.65; 1)] \rangle \\ \langle a_4, [(0.93, 0.98, 1, 1; 0.8), (0.93, 0.98, 1, 1; 1)] \rangle \\ \langle a_5, [(0.58, 0.63, 0.80, 0.86; 0.8), (0.58, 0.63, 0.80, 0.86; 1)] \rangle \\ \langle a_6, [(0.93, 0.98, 1, 1; 0.8), (0.93, 0.98, 1, 1; 1)] \rangle \\ \langle w_{33}, [(0.58, 0.63, 0.80, 0.86; 0.8), (0.58, 0.63, 0.80, 0.86; 1)] \rangle \end{array} \right\} \end{array} \right.$$

步骤 2 将三位推荐者的广义区间梯形模糊软集 $(\hat{F}_1, A_1), (\hat{F}_2, A_2), (\hat{F}_3, A_3)$ 转化成带权值的广义区间梯形模糊软集 $(\hat{F}_1', A_1'), (\hat{F}_2', A_2'), (\hat{F}_3', A_3')$ 。仅给出步骤 2 中 (\hat{F}_3', A_3') 的值。步骤 2 的运算结果如下:

$$(\hat{F}_3', A_3') = \left\{ \begin{array}{l} \hat{F}'(e_2) = \left\{ \begin{array}{l} \langle a_1, [(0.16, 0.22, 0.36, 0.42; 0.8), (0.16, 0.22, 0.36, 0.42; 1)] \rangle \\ \langle a_2, [(0.67, 0.76, 0.92, 0.97; 0.8), (0.67, 0.76, 0.92, 0.97; 1)] \rangle \\ \langle a_3, [(0.30, 0.40, 0.58, 0.65; 0.8), (0.30, 0.40, 0.58, 0.65; 1)] \rangle \\ \langle a_4, [(0.30, 0.40, 0.58, 0.65; 0.8), (0.30, 0.40, 0.58, 0.65; 1)] \rangle \\ \langle a_5, [(0.86, 0.96, 1, 1; 0.8), (0.86, 0.96, 1, 1; 1)] \rangle \\ \langle a_6, [(0.04, 0.1, 0.18, 0.23; 0.8), (0.04, 0.1, 0.18, 0.23; 1)] \rangle \end{array} \right\} \\ \hat{F}'(e_3) = \left\{ \begin{array}{l} \langle a_1, [(0.1, 0.14, 0.29, 0.36; 0.8), (0.1, 0.14, 0.29, 0.36; 1)] \rangle \\ \langle a_2, [(0.34, 0.40, 0.64, 0.74; 0.8), (0.34, 0.40, 0.64, 0.74; 1)] \rangle \\ \langle a_3, [(0.19, 0.26, 0.46, 0.56; 0.8), (0.19, 0.26, 0.46, 0.56; 1)] \rangle \\ \langle a_4, [(0.54, 0.62, 0.80, 0.86; 0.8), (0.54, 0.62, 0.80, 0.86; 1)] \rangle \\ \langle a_5, [(0.34, 0.40, 0.64, 0.74; 0.8), (0.34, 0.40, 0.64, 0.74; 1)] \rangle \\ \langle a_6, [(0.54, 0.62, 0.80, 0.86; 0.8), (0.54, 0.62, 0.80, 0.86; 1)] \rangle \end{array} \right\} \end{array} \right.$$

步骤 3 将三位推荐者的带权值的广义区间梯形模糊软集 $(\hat{F}_1', A_1'), (\hat{F}_2', A_2')$ 和 (\hat{F}_3', A_3') 通过合成运算转化成一个广义区间梯形模糊软集 (\hat{F}, A) 。在此步骤中可以根据决策者的个人偏好采取不同的运算, 乐观者可采用广义区间梯形

模糊软集的并运算, 悲观者可采用交运算, 折中者采取等概率的方法进行运算。本例中采用广义区间梯形模糊软集并集的运算。

步骤 3 的运算结果如下:

$$(\hat{F} A) = \left\{ \begin{array}{l} \hat{F}(e_1) = \left\{ \begin{array}{l} \langle a_1, [(0.30 \rho. 40 \rho. 58 \rho. 65; 0.8) \lambda(0.30 \rho. 40 \rho. 58 \rho. 65; 1)] \rangle \\ \langle a_2, [(0.86 \rho. 96 \rho. 1 \rho. 1; 0.8) \lambda(0.86 \rho. 96 \rho. 1 \rho. 1; 1)] \rangle \\ \langle a_3, [(0.67 \rho. 76 \rho. 92 \rho. 97; 0.8) \lambda(0.67 \rho. 76 \rho. 92 \rho. 97; 1)] \rangle \\ \langle a_4, [(0.54 \rho. 62 \rho. 80 \rho. 86; 0.8) \lambda(0.54 \rho. 62 \rho. 80 \rho. 86; 1)] \rangle \\ \langle a_5, [(0.54 \rho. 62 \rho. 80 \rho. 86; 0.8) \lambda(0.54 \rho. 62 \rho. 80 \rho. 86; 1)] \rangle \\ \langle a_6, [(0.04 \rho. 1 \rho. 18 \rho. 23; 0.8) \lambda(0.04 \rho. 1 \rho. 18 \rho. 23; 1)] \rangle \end{array} \right\} \\ \hat{F}(e_2) = \left\{ \begin{array}{l} \langle a_1, [(0.30 \rho. 40 \rho. 58 \rho. 65; 0.8) \lambda(0.30 \rho. 40 \rho. 58 \rho. 65; 1)] \rangle \\ \langle a_2, [(0.67 \rho. 76 \rho. 92 \rho. 97; 0.8) \lambda(0.67 \rho. 76 \rho. 92 \rho. 97; 1)] \rangle \\ \langle a_3, [(0.86 \rho. 96 \rho. 1 \rho. 1; 0.8) \lambda(0.86 \rho. 96 \rho. 1 \rho. 1; 1)] \rangle \\ \langle a_4, [(0.54 \rho. 62 \rho. 80 \rho. 86; 0.8) \lambda(0.54 \rho. 62 \rho. 80 \rho. 86; 1)] \rangle \\ \langle a_5, [(0.86 \rho. 96 \rho. 1 \rho. 1; 0.8) \lambda(0.86 \rho. 96 \rho. 1 \rho. 1; 1)] \rangle \\ \langle a_6, [(0.04 \rho. 1 \rho. 18 \rho. 23; 0.8) \lambda(0.04 \rho. 1 \rho. 18 \rho. 23; 1)] \rangle \end{array} \right\} \\ \hat{F}(e_3) = \left\{ \begin{array}{l} \langle a_1, [(0.12 \rho. 17 \rho. 33 \rho. 41; 0.8) \lambda(0.12 \rho. 17 \rho. 33 \rho. 41; 1)] \rangle \\ \langle a_2, [(0.42 \rho. 49 \rho. 74 \rho. 83; 0.8) \lambda(0.42 \rho. 49 \rho. 74 \rho. 83; 1)] \rangle \\ \langle a_3, [(0.23 \rho. 32 \rho. 53 \rho. 63; 0.8) \lambda(0.23 \rho. 32 \rho. 53 \rho. 63; 1)] \rangle \\ \langle a_4, [(0.54 \rho. 62 \rho. 80 \rho. 86; 0.8) \lambda(0.54 \rho. 62 \rho. 80 \rho. 86; 1)] \rangle \\ \langle a_5, [(0.67 \rho. 76 \rho. 92 \rho. 97; 0.8) \lambda(0.67 \rho. 76 \rho. 92 \rho. 97; 1)] \rangle \\ \langle a_6, [(0.54 \rho. 62 \rho. 80 \rho. 86; 0.8) \lambda(0.54 \rho. 62 \rho. 80 \rho. 86; 1)] \rangle \end{array} \right\} \\ \hat{F}(e_4) = \left\{ \begin{array}{l} \langle a_1, [(0.23 \rho. 32 \rho. 53 \rho. 63; 0.8) \lambda(0.23 \rho. 32 \rho. 53 \rho. 63; 1)] \rangle \\ \langle a_2, [(0.23 \rho. 32 \rho. 53 \rho. 63; 0.8) \lambda(0.23 \rho. 32 \rho. 53 \rho. 63; 1)] \rangle \\ \langle a_3, [(0.52 \rho. 61 \rho. 85 \rho. 94; 0.8) \lambda(0.52 \rho. 61 \rho. 85 \rho. 94; 1)] \rangle \\ \langle a_4, [(0.12 \rho. 17 \rho. 33 \rho. 41; 0.8) \lambda(0.12 \rho. 17 \rho. 33 \rho. 41; 1)] \rangle \\ \langle a_5, [(0.42 \rho. 49 \rho. 74 \rho. 83; 0.8) \lambda(0.42 \rho. 49 \rho. 74 \rho. 83; 1)] \rangle \\ \langle a_6, [(0.52 \rho. 61 \rho. 85 \rho. 94; 0.8) \lambda(0.52 \rho. 61 \rho. 85 \rho. 94; 1)] \rangle \end{array} \right\} \end{array} \right.$$

步骤 4 将三位推荐者的偏好信息集结成的广义区间梯形模糊软集 $(\hat{F} A)$ 转化为一个广义区间梯形模糊集,即将汽车的各种属性参数合并。

$$\hat{F}(E) = \left\{ \langle a_k, \left[\sum_{j=1}^n \lambda_j \bar{a}_{ijk}'' \right] \mid a_k \in U \right\}$$

$$\hat{F}(E) = \left\{ \begin{array}{l} \langle a_1, [(0.24 \rho. 32 \rho. 51 \rho. 58; 0.8) \lambda(0.24 \rho. 32 \rho. 51 \rho. 58; 1)] \rangle \\ \langle a_2, [(0.55 \rho. 63 \rho. 80 \rho. 86; 0.8) \lambda(0.55 \rho. 63 \rho. 80 \rho. 86; 1)] \rangle \\ \langle a_3, [(0.57 \rho. 66 \rho. 83 \rho. 89; 0.8) \lambda(0.57 \rho. 66 \rho. 83 \rho. 89; 1)] \rangle \\ \langle a_4, [(0.44 \rho. 51 \rho. 68 \rho. 75; 0.8) \lambda(0.44 \rho. 51 \rho. 68 \rho. 75; 1)] \rangle \\ \langle a_5, [(0.62 \rho. 71 \rho. 86 \rho. 92; 0.8) \lambda(0.62 \rho. 71 \rho. 86 \rho. 92; 1)] \rangle \\ \langle a_6, [(0.28 \rho. 36 \rho. 50 \rho. 57; 0.8) \lambda(0.28 \rho. 36 \rho. 50 \rho. 57; 1)] \rangle \end{array} \right\}$$

步骤 5 将汽车的各种属性参数合并后,根据广义区间梯形模糊数的重心公式算出其重心及各重心到原点的距离,计算结果如表 4 所示(top 表示汽车的优先排序)。

表 4 广义区间梯形模糊数的重心和距离

汽车	x	y	d	top
a_1	0.413	0.379	0.560	6
a_2	0.708	0.378	0.803	3
a_3	0.735	0.377	0.826	2
a_4	0.592	0.385	0.707	4
a_5	0.777	0.380	0.864	1
a_6	0.426	0.378	0.569	5

从表 4 可以看出最后的群体偏好集结后的结果为: $a_5 > a_3 > a_2 > a_4 > a_6 > a_1$,即这 5 辆车的优先排序是:第 5 辆

令 $\lambda = (\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n)$ 表示最终被推荐者的权值向量, λ_j 表示被推荐者对第 j 个属性给出的权值,满足 $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ 。本例中取 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 1/4$ 。

车、第 3 辆车、第 2 辆车、第 4 辆车、第 6 辆车、第 1 辆车,最好考虑购买第 5 辆车。

4 结语

最终的偏好信息集结不仅与推荐者有关,与被推荐者的乐观程度有关,而且与被推荐者对商品属性的偏好程度有关,这体现了本模型的灵活性。虽然群推荐技术在理论研究和实践应用中不断取得进展,但也存在一些问题有待解决。尤其在大规模群体中,获取个体偏好是很困难的。随着微博等各种社会化网络的发展,大量用户参与其中,形成不同的网络群体,这将促使群推荐不断向前发展。由于这些群体存在很大的动态性、差异性,以及群成员间的复杂社会关系,所以群偏好集结的效果可能受到影响。因此,大规模群体偏好集结、群

偏好信息的演化规律都是值得进一步研究的问题。

参考文献:

- [1] LIU J, ZHOU T, WANG B. Research progress of personalized recommendation systems[J]. Progress in Natural Science, 2009, 19(1): 1 - 15. (刘建国, 周涛, 汪秉宏. 个性化推荐系统的研究进展[J]. 自然科学进展, 2009, 19(1): 1 - 15.)
- [2] CHEN Y, CHENG L, CHUANG C. A group recommendation system with consideration of interactions among group members[J]. Expert Systems with Applications, 2008, 34(3): 2082 - 2090.
- [3] DIAZ AGUDO B, WATSON I. A case-based solution to the cold-start problem in group recommenders[C]// Proceedings of the 2012 International Conference on Case-based Reasoning, LNCS 7466. Berlin: Springer, 2012: 342 - 356.
- [4] CARVALHO L A M C, MACEDO H T. Users' satisfaction in recommendation systems for groups: an approach based on noncooperative games[C]// Proceedings of the 22nd International Conference on World Wide Web Companion. New York: ACM, 2013: 951 - 958.
- [5] ANAND D. Group movie recommendations via content based feature preferences[J]. International Journal of Scientific and Engineering Research, 2013, 4(2): 1 - 5.
- [6] BAATARJAV E A, PHITHAKKITNUKON S, DANTU R. Group recommendation system for facebook[C]// On the Move to Meaningful Internet Systems: OTM 2008 Workshops, LNCS 5333. Berlin: Springer, 2008: 211 - 219.
- [7] QUIJANO-SANCHEZ L, BRIDGE D, DIAZ-AGUDO B, et al. Case-based aggregation of preferences for group recommenders[M]. Case-Based Reasoning Research and Development. Berlin: Springer, 2012: 327 - 341.
- [8] GARCIA I, SEBASTIA L, PAJARES S, et al. Approaches to preference elicitation for group recommendation [C]// Proceedings of 2011 International Conference on Computational Science and Applications. Berlin: Springer, 2011: 20 - 23.
- [9] MATEOS A, JIMENEZ A. A trapezoidal fuzzy numbers-based approach for aggregating group preferences and ranking decision alternatives in MCDM[C]// Proceedings of 5th International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization, LNCS 5467. Berlin: Springer, 2009: 7 - 10.
- [10] GARCIA I, PAJARES S, SEBASTIA L, et al. Preference elicitation techniques for group recommender systems [C]// ICCSA 2011: Computational Science and Its Applications, LNCS 6786. Berlin: Springer, 2012, 189: 155 - 175.
- [11] LIU P. A weighted aggregation operators multi-attribute group decision-making method based on interval-valued trapezoidal fuzzy numbers[J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(1): 1053 - 1060.
- [12] CHEN S-H. Fuzzy numbers with maximizing set and minimizing set [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1985, 17(2): 113 - 129.
- [13] CHEN S-J, CHEN S-M. A new method for handling multi criteria fuzzy decision-making problems using FN-IOWA operators[J]. Cybernetics and Systems, 2003, 34(2): 109 - 137.
- [14] CHENG C. A new approach for ranking fuzzy numbers by distance method[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1998, 95(3): 307 - 317.
- [15] MOLODTSOV D. Soft set theory-first results[J]. Computers and Mathematics with Applications, 1999, 37(4): 19 - 31.
- [16] ROY A R, MAJI P K. A fuzzy soft set theoretic approach to decision making problems[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2007, 203(2): 412 - 418.
- [17] YANG X, LIN T, YANG J, et al. Combination of interval-valued fuzzy set and soft set[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2009, 58(3): 521 - 527.

(上接第 3416 页)

5 结语

本文在 MPH 算法的基础上通过对每一个非正则点赋权值并根据权值对最短路径进行修正增加了链路的共享。提出的 NWMPH 算法时间复杂度与 MPH 算法相同,比 KBMPH 算法低。实例 1 说明了 NWMPH 算法比 KBMPH 算法的稳定性高,实例 2 的实验结果表明 NWMPH 算法所求解优于 MPH 算法,并且在绝大多数情况下优于 KBMPH 算法。因此, NWMPH 算法是一个时间复杂度较低、性能较好的算法。

参考文献:

- [1] KARP R M. Complexity of computer computations[J]. Reducibility Among Combinatorial Problems, 1972, 23(1): 85 - 103.
- [2] HAKIMI S L. Steiner's problem in graphs and its implications[J]. Networks, 1971, 1(2): 113 - 133.
- [3] DREYFUS S E, WAGNER R A. The Steiner problem in graphs[J]. Networks, 1971, 1(3): 195 - 207.
- [4] BEASLEY J E. An SST-based algorithm for the Steiner problem in graphs[J]. Networks, 1989, 19(1): 1 - 16.
- [5] KOU L, MARKOWSKY G, BERMAN L. A fast algorithm for Steiner trees[J]. Acta Informatica, 1981, 15(2): 141 - 145.
- [6] TAKAHASHI H, MATSUYAMA A. An approximate solution for the Steiner problem in graphs[J]. Math Japonica, 1980, 24(6): 573 - 577.
- [7] RAYWARD-SMITH V J, CLARE A. On finding Steiner vertices [J]. Networks, 1986, 16(3): 283 - 294.
- [8] YU Y, QIU P. An improved Steiner tree heuristic algorithm[J]. Journal of communications, 2002, 23(11): 35 - 40. (余燕平, 仇佩亮. 一种改进的 Steiner 树启发式算法[J]. 通信学报, 2002, 23(11): 35 - 40.)
- [9] GUO W, XI Y, QUAN Y. Heuristic evolutionary programming to solve the Steiner tree problem[J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2001, 35(8): 1152 - 1154. (郭伟, 席裕庚, 全亚斌. 启发式进化规划求解 Steiner 树问题[J]. 上海交通大学学报, 2001, 35(8): 1152 - 1154.)
- [10] YANG N, HU Y. Steiner tree heuristic algorithm based on weight [C]// Proceedings of the 2nd International Conference on Future Computer and Communication. Piscataway: IEEE, 2010, 3: 415 - 418.
- [11] YANG N. Application layer multicast and Steiner algorithm research[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2010. (杨宁. 应用层多播与 Steiner 算法的研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2010.)
- [12] BEASLEY J E. OR-Library: distributing test problems by electronic mail[J]. Journal of the Operational Research Society, 1990, 41(11): 1069 - 1072.